

עבודת קיץ במתמטיקה מצויינות למסימ"י כיתה ז'

שם _____

פעולות אלגבריות: תכונות מספרים, סדרות

1. חשבו והראו את דרך: $(12^2 - 11 \cdot 4) : 5 =$ א. $9^2 + (8^2 - 1) : 3^2 =$ ב. $78 : (7^2 - 6^2) =$ ג.
2. השלימו אחד הסימנים $=, <, >$ בלי לפתור. נמקו: $10 - (-11) - 4 \cdot (-5) \square 0$ א. $-10 - (-2) + (-2.5) + 0.5 \square 0$ ב. $-\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) \square 0$ ג.
3. הוסיפו סימני פעולות $+, -, \times$, וגם סוגריים במידת הצורך, כך שיתקבלו התוצאות הבאות: 64, 24, 10, 1. $8 \square 4 \square 2$
4. הציבו את הסימן $+$ או $-$ בכל אחת מהמשבצות, כך שהתוצאה תהיה הגדולה ביותר האפשרית: $-5 \square -6 \square 3 \square -9$
5. נתון: $a - b + c = 40$. מצא את ערך הביטויים הבאים. הסבר. $(100 + a) - (200 + b) - (100 - c) =$ א. $b - a - c =$ ב.
6. נתון: $\frac{m}{p} = -3$. חשבו את ערך הביטויים: $\frac{4m - 5p}{p} =$ א. $\frac{4m - 5p}{m} =$ ב.

7. חשבו וסדרו את החזקות הבאות לפי גודל (הקטן ביותר בצד שמאל):

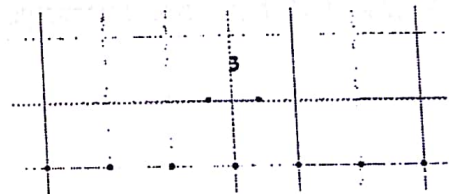
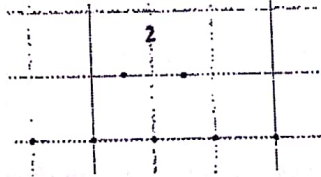
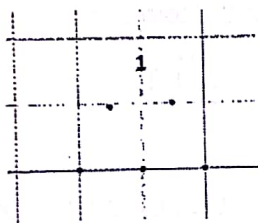
$$-(-2)^4, \frac{1}{(\frac{1}{2})^3}, (-2)^2, -1^6, -3^3$$

8. בביטויים הבאים, x מייצג מספר חיובי ($x > 0$) ו- y מייצג מספר שלילי ($y < 0$). באיזה ביטוי יתקבל המספר הגדול ביותר? נמקו את תשובתכם.

$$(I) y \cdot (x^2 + 4), (II) \frac{y-8}{y-x}, (III) \frac{3y}{2x-4y}, (IV) \frac{x-y}{y}$$

9. נתון: $\frac{a}{b} = 2$. חשבו את ערך הביטוי: $\frac{2b+3a}{a}$

10. לפניכם סדרה של מבנים



- מהו מספר הנקודות במקום ה-5? מהו מספר הנקודות במקום ה-15? כתבו תרגילים מתאימים.
- כתבו ביטוי אלגברי למספר הנקודות במבנה ה- n (n – מספר טבעי).
- באיזה מקום בסדרה נמצא המבנה שבו 103 נקודות? נמקו.
- בחרו מספרים היכולים להיות מספר נקודות של מבנה בסדרה. אם בחרתם מספר, ציינו את מספר המבנה. נמקו.

11. א. נתונה סדרה של מספרים: $4, 7, 10, 13, \dots$

(I) מצאו את האיבר ה-10 בסדרה.

(II) רשמו ביטוי אלגברי לערכו של איבר בסדרה זו הנמצא במקום n .

ב. נתונה סדרה נוספת של מספרים: $89, 87, 85, 83, \dots$

רשמו ביטוי אלגברי לערכו של איבר בסדרה זו הנמצא במקום n .

ג. האיברים הנמצאים במקום n מסוים בכל אחת מהסדרות שווים זה לזה. מצאו את המקום הזה.

12. שחר התאמן למרוץ אופניים. ביום הראשון רכב 20 ק"מ ובכל יום רכב 6 ק"מ יותר מאשר ביום הקודם לו.
- א. כמה ק"מ סך הכל רכב שחר בכל שבועת הימים הראשונים לאימונו ?
- ב. רשמו בעזרת ביטוי המתאר את מספר הק"מ שעבר שחר ביום ה- n , ובדקו כי הביטוי מתאים למספר הק"מ שעבר דוד ביום השביעי.

13. במפעל המייצר סולמות אלומיניום, בתמחור מחיר ההזמנה של סולם מחשב היצרן את סכום אורכי השלבים. לקוח הזמין סולם שבו אורך השלב התחתון הוא 52 ס"מ וכל שלב קצר מקודמו ב-2 ס"מ.
- א. הביטוי לחישוב אורך השלב ה- n מלמטה הוא (סמנו את התשובה הנכונה):
- I. $52 - 2n$ II. $52 + 2(n - 1)$ III. $52 - n$ IV. $52 - 2(n - 1)$
- ב. מהו מקומו בסולם (מלמטה למעלה) של השלב שאורכו 30 ס"מ? הסבירו.
- ג. הביטוי לחישוב מקומו בסולם (מלמטה למעלה) של השלב שאורכו k הוא (סמנו את התשובה הנכונה):
- I. $\frac{54 - k}{2}$ II. $\frac{52 - k}{2}$ III. $\frac{50 - k}{2}$ IV. $\frac{52 + k}{2}$
- ד. לקוח אחר הזמין סולם שבו 16 שלבים ואורך השלב התחתון הוא 78 ס"מ, כל שלב קצר מקודמו באותו מספר ס"מ.
- איזה מבין הערכים הבאים יכול להיות ההפרש בין שני שלבים סמוכים בסולם זה? סמנו מתאים/לא מתאים עבור כל ערך. הסבירו.

I. 1.2 ס"מ	II. 3.4 ס"מ	III. 5 ס"מ	IV. 7.4 ס"מ
מתאים/	מתאים/	מתאים/	מתאים/
לא מתאים	לא מתאים	לא מתאים	לא מתאים

14. לקראת חגיגת הבת מצווה של הבנות, מצאו משפחות כהן ומזרחי שתי מודעות בעיתון:

"דפוס גדול" הזמנות לאירועים משלמים סכום קבוע של 100 ש"ח מחיר כל הזמנה 2.5 ש"ח	"דפוס מהיר" הזמנות לאירועים מחיר כל הזמנה 4.5 ש"ח
---	--

- משפחת כהן הדפיסה הזמנות ב- "דפוס מהיר".
- משפחת מזרחי הדפיסה הזמנות ב- "דפוס גדול".
- א. רשמו ביטוי אלגברי לתשלום של כל משפחה. מהם התנאים המגבילים?
- ב. כמה תשלום כל משפחה עבור: 30 הזמנות, 80 הזמנות, 120 הזמנות?
- ג. עבור כמה הזמנות ישלמו שתי המשפחות אותו סכום כסף?

1. פתרו את המשוואות הבאות:

- (1) $3(2x-10) - \frac{1}{3}(6x+9) = -1$
- (2) $1\frac{1}{3}x + 2x + 1.5 = 2\frac{1}{3} + 3x$
- (3) $0.5(9+x) + 2.5(2x-1) = 13$
- (4) $(x-2)(x+3) = 0$
- (5) $8\left(\frac{x}{4}-3\right) - (x+5) = 4\left(\frac{x}{2}-7\right) - 1$
- (6) $5 \cdot \frac{2x-1}{4} = 3\frac{3}{4}x$
- (7) $\frac{3x-2(x-1)}{5} = -\frac{1-2x}{6}$
- (8) $9.5 - 2x - \frac{5x}{12} = -\frac{x}{4} - \frac{5}{6} - 13$
- (9) $\frac{1}{2}(x-5) - \frac{11-4x}{5} = 12 - \frac{1}{3}(2x-3)$
- (10) $\frac{24}{x-1} = 4$
- (11) $7 - \frac{5}{x} = \frac{30}{x}$
- (12) $\frac{x-5}{12} = \frac{1}{12}(x-5)$
- (13) $\frac{7x-2}{12} - \frac{4x+5}{9} = \frac{8x+1}{36}$
- (14) $\frac{3x-8}{14} - \frac{2-x}{4} = x$
- (15) $\frac{144-8x}{2x+4} = 0$
- (16) $\frac{3x-3}{2} = \frac{1+6x}{4}$
- (17) $21\left(\frac{4x}{7} - \frac{2}{3}\right) + \frac{3}{4} = 3\left(x + \frac{1}{4}\right) + 9x - 14$
- (18) $\frac{1-3x}{2} = 1 - 3x$
- (19) $(3+2x)(x-7) = 0$
- (20) $\frac{24}{1 + \frac{3}{1 + \frac{1}{x}}} = 6$

תשובות:

- 1) $x=8$ 2) $x=\frac{5}{6}$ 3) $x=2$ 4) $x=2, x=-3$ 5) $x=0$ 6) $x=-1$ 7) $x=4\frac{1}{4}$
 8) $10\frac{10}{13}$ 9) $x=9$ 10) $x=7$ 11) $x=5$ 12) R 13) $x=-9$ 14) $x=-2$
 15) $x=18$ 16) ϕ 17) R 18) $x=\frac{1}{3}$ 19) $x=-1.5, x=7$ 20) ϕ

$$\frac{x-1}{3} + 6 = \frac{x}{2} + 4$$

2. נתונות שתי משוואות:

$$\frac{x+8}{7} + \frac{x}{\boxed{}} = 14$$

איזה מספר יש לרשום במשבצת הריקה, כדי שפתרון המשוואה השנייה יהיה גדול פי 2 מפתרון המשוואה הראשונה?

3. א. פתרו את המשוואה: $\frac{1}{5}(6x+1) - \frac{2x-3}{3} = x-3$

ב. על סמך סעיף א, פתרו את המשוואה: $\frac{1}{5}(6y^2+1) - \frac{2y^2-3}{3} = y^2-3$

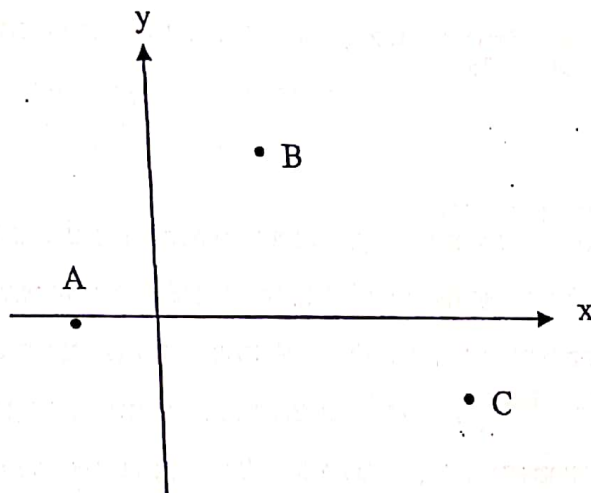
3. בכל אחד מהסעיפים הבאים סרטטו במערכת הצירים גרף של פונקציה, אם ידוע כי:

א. גרף הפונקציה חותך את ציר ה-y בנקודה $(0,3)$ ואת ציר ה-x בנקודות $(-2,0)$ ו- $(5,0)$.

ב. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(4,1)$ ולא נוגע בציר ה-x.

ג. הפונקציה עולה עבור $x < -1$ ויורדת עבור $x > -1$.

ד. הפונקציה חיובית עבור $3 < x < 7$.



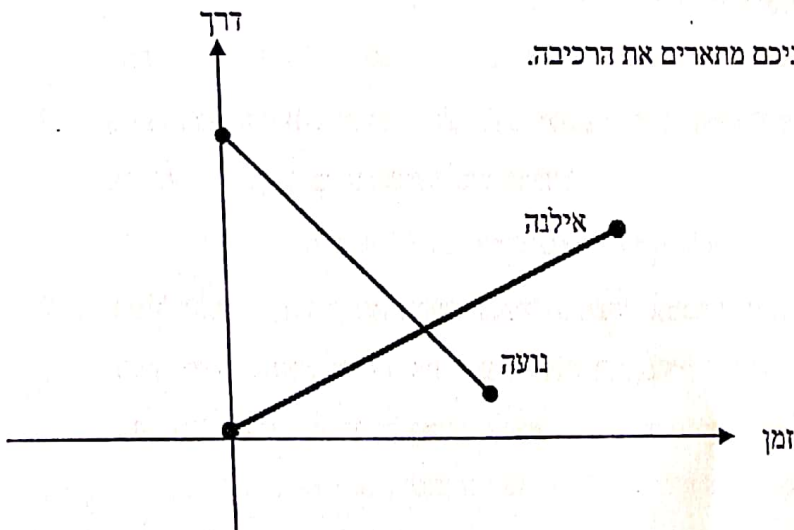
4. סרטטו גרף של פונקציה העוברת

דרך הנקודות A, B, C, ומקיימת:

יורדת בסביבת הנקודה A,

קבועה בסביבת הנקודה B,

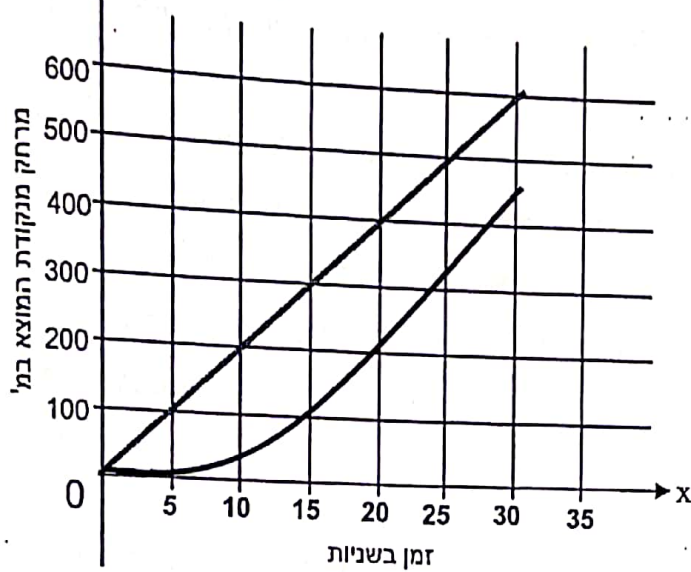
עולה בסביבת הנקודה C.



5. אילנה ונרעה רכבו על אופניהן. הגרפים שלפניכם מתארים את הרכיבה.

איזה מידע אפשר ללמוד מהגרף? הסבירו.

9. שתי מכוניות צעצוע מתחרות ביניהן על אותו מסלול, באותו זמן ומאותו כיוון. הביטויים המתארים את מרחקן במטרים מנקודת ההתחלה בזמן שהלף בשניות מציאתן.



- בשרטוט מוצגים גרפים המתארים את מרחק המכוניות מנקודת היציאה, בהתאם לזמן הנסיעה.
- התאימו כל גרף למכונית המתאימה. הציגו את שיקוליכם.
 - איזו מכונית תגיע ראשונה למרחק 500 מטרים מנקודת היציאה? מתי? הסבירו.
 - האם ייתכן שאחת המכוניות תשיג את השנייה?
- אם כן, איזו מהמכוניות? כעבור כמה זמן? באיזה מרחק מנקודת היציאה? אם לא, הסבירו מדוע.

בעיות מילוליות

- ערבבו בקערה 400 גרם גבינה לבנה המכילה 5% שומן ו-600 גרם גבינה לבנה המכילה 30% שומן. מה אחוז השומן שמכילה הגבינה שהתקבלה?
- בגלל מחסור בסחורה, עלו מחירי המעילים. מעיל שנמכר לפני תחילת העונה במחיר מסוים, התייקר ב-20%. בסוף העונה הוחלט להחזיר את המעיל למחירו המקורי. מהו אחוז ההנחה שניתן על המחיר החדש (לאחר ההתייקרות)?
- במשתלה יש 150 שתילים של עצים משלושה סוגים: זית, אורן ודקל. 30% מהשתילים הם של עצי זית. מספר השתילים של עצי אורן גדול פי 2 ממספר השתילים של עצי דקל. כמה שתילים של עצי דקל יש במשתלה?

4. אלעד ושירה קנו כל אחד ספר לימוד במתמטיקה במחיר שווה. לאלעד היו 70 ש"ח יותר מאשר לשירה.

אלעד שילם $\frac{1}{4}$ מכספו, ושירה שילמה 60% מכספה.

א. x מייצג את סכום הכסף שהיה לשירה לפני קניית הספר. רשמו ביטוי אלגברי המייצג את סכום הכסף ששילמה שירה עבור הספר.

ב. כמה כסף היה לשירה לפני קניית הספר? הציגו את דרך הפתרון:

5. נתון ריבוע. אם נגדיל זוג אחד של צלעות נגדיות שלו ב-20%, נקבל מלבן שהיקפו גדול ב-6 ס"מ מהיקף הריבוע.

א. מה אורך צלע הריבוע?

ב. בכמה אחוזים גדל השטח?

ג. בכמה אחוזים צריך להקטין את הצלעות האחרות, כדי שהיקף המלבן יהיה שווה להיקף הריבוע?

6. בקופסה גולות משני צבעים, גולות אדומות וגולות כחולות.

מוציאים מהקופסה גולה אחת אדומה ואז $\frac{1}{7}$ מהגולות הנותרות הן אדומות.

אם היו מוציאים מהקופסה 2 גולות כחולות במקום האדומות. $\frac{1}{5}$ מהגולות הנותרות היו אדומות.

כמה גולות מכל צבע יש בקופסה? הסבירו.

7. בשני מיכלים מים. כמות המים במיכל א' הייתה גדולה פי 3 מכמות המים במיכל ב'.

לאחר שהעבירו 20 ליטרים מים ממכל א' למיכל ב', הייתה כמות המים במיכל א' קטנה ב-12 ליטרים מכמות המים במיכל ב'. כמה ליטרים מים היו בתחילה בכל אחד מהמיכלים?

8. לקראת מופע מכרו כרטיסים משני סוגים, כרטיסים של 60 שקלים וכרטיסים של 80 שקלים.

בסך הכל נמכרו 120 כרטיסים.

א. אילו מבין המספרים הבאים אפשריים כפדיון ממכירת הכרטיסים?

4,300 ₪, 7,600 ₪, 9,200 ₪, 10,200 ₪

ב. בתום המופע נמצא שהפדיון ממכירת הכרטיסים היה 7,400 ₪. כמה כרטיסים מכל סוג נמכרו?

11. במבחן באנגלית 24% מהנבחנים לא ענו על אותה שאלה ו-10 נבחנים טעו בה. מספר הנבחנים, שענו נכון על השאלה גדול פי 1.5 ממספר הנבחנים, שלא ענו עליה. כמה תלמידים נבהנו במבחן הזה?
12. ביום ספורט תושבי המושב השתתפו בתחרות, אשר הייתה מורכבת מרצף של 3 מסלולים: ריצה, רכיבה על אופניים ושהייה. אורך מסלול השהייה היה 20% מאורך מסלול הרכיבה, אורך מסלול הריצה היה חמישית מאורך מסלול השהייה. האורך של שלושת המסלולים היה 62 ק"מ. מהו האורך של כל מסלול?
13. בשעה 9:00 יצאה משאית מתל-אביב לאילת, ובשעה 10:00 בבוקר יצאה מונית מאילת לתל-אביב. המהירות הקבועה של המשאית הייתה קטנה ב-25% מהמהירות הקבועה של המונית. המשאית והמונית נסעו באותו כביש ונפגשו בשעה 12:00. מהי מהירות המשאית, אם המרחק מתל-אביב לאילת הוא 360 ק"מ?
16. רן ואלון הם אחים תאומים. ביום הולדתם אביהם נתן להם אותו סכום כסף. רן קנה משחק ב-299 ש"ח, שהם 46% מכספו, ואלון רכש מנז' לחדר כושר ב-260 ש"ח. באיזה אחוז מכספו השתמש אלון?
17. קרן קנתה ספר בהנחה של 20% ותקליטור בהנחה של 10% ושילמה בסה"כ 208 ש"ח. כמה שילמה קרן עבור הספר, אם לפני ההנחה מתירו היה קטן פי 2 ממחיר התקליטור?
19. מזכירה מקבלת תוספת של 2 שקלים על כל עמוד שמודפס ללא שגיאות, ועל כל עמוד שיש בו שגיאות מנכים לה 80 אגורות. במהלך הודש אחד הדפיסה המזכירה 700 עמודים וקיבלה תוספת של 1,176 שקלים. כמה עמודים הדפיסה ללא שגיאות?

1. רכבת עוברת כרגיל דרך של 800 ק"מ במהירות של 100 קמ"ש. יום אחד, לאחר שנסעה זמן מה במהירות הרגילה, עצרה למשך חצי שעה. לאחר מכן עברה את שאר הדרך במהירות של 120 קמ"ש וכך הגיעה ליעדה בזמן הרגיל. באיזה מרחק נעצרה הרכבת?

2. המרחק בין יישוב א' ליישוב ב' הוא 18 ק"מ. שני הולכי רגל יצאו באותו זמן במהירות של 4 קמ"ש והלכו מיישוב א' ליישוב ב'. לאחר זמן מה הגדיל הולך הרגל הראשון את מהירותו ל-6 קמ"ש ולכן הגיע ליישוב ב' $\frac{1}{2}$ שעה לפני שהולך הרגל השני הגיע אליו. מצא את המרחק שעבר הולך הרגל הראשון לפני שהגדיל את מהירותו.

3. רכבת עוברת בדרך כלל את המרחק שבין שתי ערים, שהוא 120 ק"מ, במשך שעה וחצי. פעם אחת, לאחר שהרכבת נסעה זמן מה במהירות הרגילה, היא נעצרה ל-12 דקות. לאחר מכן היא הגדילה את מהירותה ב-20 קמ"ש והגיעה ליעדה בזמן הרגיל. כמה זמן נסעה הרכבת עד שנעצרה?

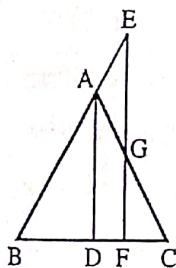
4. רוכב אופניים נסע במהירות קבועה מיישוב אחד לשני במשך 6 שעות. בדרכו חזרה נסע תחילה במשך שעתיים במהירות הקטנה ב-10 קמ"ש ממהירותו הקבועה. לאחר מכן נסע במשך 4 שעות במהירות הגדולה ב-25% ממהירותו הקבועה עד הגיעו ליישוב הראשון. מצא את המהירות הקבועה של הרוכב ואת המרחק בין שני היישובים.

5. רכבת נוסעת מדי יום במהירות קבועה מתחנה A לתחנה B, מרחק של 120 ק"מ. יום אחד, לאחר שעברה את מחצית הדרך, היא התעכבה למשך 10 דקות. לאחר מכן היא הגדילה את מהירותה ב-20% והגיעה ל-B בזמן הרגיל. מצא את מהירותה הקבועה של הרכבת.

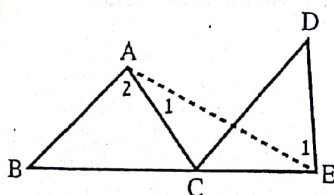
6. גיל האב הוא פי 2 מגיל אחותו. בעוד 6 שנים יהיה גיל האב גדול פי 5 מגיל אחותו כפי שהיתה לפני 3 שנים. בני כמה הם היום?

7. כאשר היה האב בן 35 היה בנו בן 5. לפני שנתיים גיל האב היה פי 4 מגיל הבן. בני כמה האב והבן היום?

הדרכה:

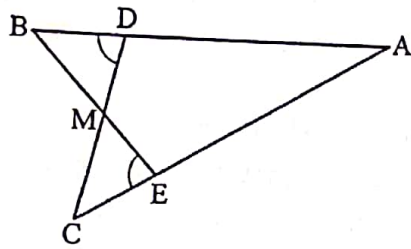


1. AD הוא התיכון לבסיס BC במשולש שווה שוקיים ABC. הנקודה F נמצאת על BC והנקודה E נמצאת על המשך AB. הקטע EF חותך את AC בנקודה G. נתון: $AE = AG$. הוכח: א. $EF \parallel AD$. ב. $EF \perp BC$. (הדרכה: ראה תרגיל 12 בעמ' 186).



2. הנקודה C נמצאת על הקטע BE. נתון: $\angle B = \angle D$, $AB = DE$, $\angle A_1 = 25^\circ$, $\angle A_2 = 85^\circ$, $BC = CD$. חשב את זווית E_1 .

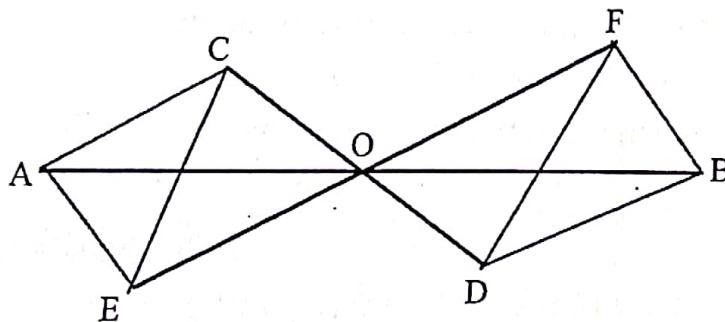
גיאומטריה



1. נתון: $AC = AB$
 $\angle CEB = \angle BDC$

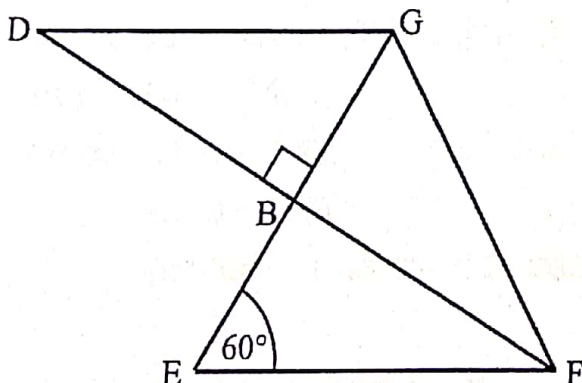
א. רשמו שלושה תנאים שמהם ניתן להסיק ש: $\triangle BAE \cong \triangle CAD$, וציינו את משפט החפיפה המתאים.
 ב. האם $\triangle BDM$ חופף ל- $\triangle CEM$?
 אם כן, רשמו שלושה תנאים שלפיהם ניתן להסיק את החפיפה, ונמקו.
 אם לא, הסבירו.

2. נתון זוג משולשים שווים-שוקיים. בכל סעיף, קבעו אם הנתונים מספיקים כדי להסיק שהמשולשים חופפים.
 אם כן, נמקו וציינו את משפט החפיפה המתאים. אם לא, הסבירו או שרטטו דוגמה נגדית.
 א. בסיסים שווים באורכם וזוויות בסיס שוות בגודלן.
 ב. שוקיים שוות באורכן.
 ג. שוקיים שוות באורכן ובסיסים שווים באורכם.
 ד. שוקיים שוות באורכן, וזוויות בסיס שוות בגודלן.
 ה. שוקיים שוות באורכן, וזוויות ראש שוות בגודלן.



3. הנקודה O היא אמצע הקטעים AB, CD ו- EF.

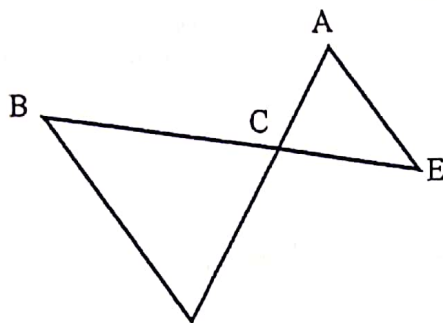
א. הוכיחו כי $PAEC = PBFD$.
 ב. נתון: AK גובה לצלע CE במשולש AEC.
 $CE = 5$ ס"מ, $AK = 3$ ס"מ.
 חשבו את שטח המשולש BFD.



4. בשרטוט נתון כי $EF \parallel DG$, ו- EG חוצה את הזווית $\angle DGF$.

כמו כן נתון כי: $\angle GBD = 90^\circ$ ו- $\angle GEF = 60^\circ$.

א. איזה סוג של משולש הוא $\triangle AEGF$?
 ב. איזה סוג של משולש הוא $\triangle ADGF$?
 ג. האם המשולשים $\triangle ADBG$ ו- $\triangle FBE$ חופפים זה לזה?
 אם כן, הוכיחו את החפיפה. אם לא, הסבירו מדוע לא.

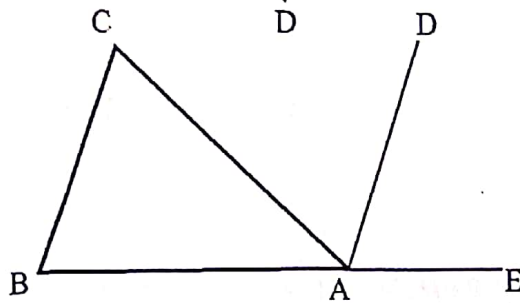


13. הקטעים AD ו- BE נחתכים בנקודה C.

המשולשים ABC ו- DEC הם משולשים שווים שוקיים.

$ED = CD$ ו- $AC = AB$

הוכיחו: $AB \parallel DE$

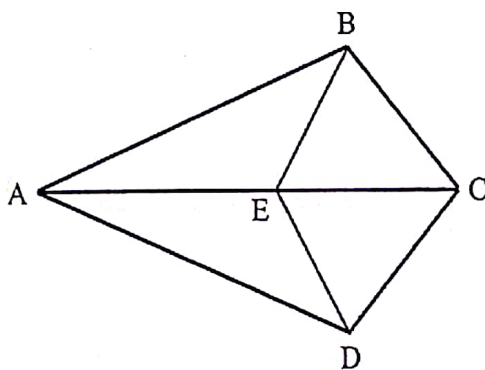


14. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקים ($AB = AC$).

$AD \parallel BC$

הנקודות A, B ו- E נמצאות על אותו ישר.

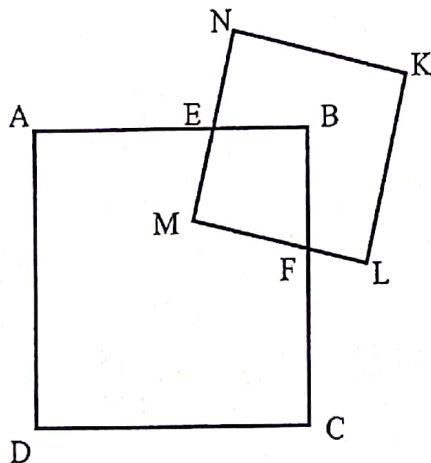
הוכיחו כי: AD חוצה $\angle CAE$.



15. הנקודה E נמצאת על הקטע AC.

$DE = BE$, $DC = BC$

הוכיחו כי המשולש ABD הוא שווה שוקיים.



16. בציר שלפניהם שני ריבועים ABCD ו- MNKL.

בחרו בטענה הנכונה בהכרח ונמקו את בחירתכם.

א. $MN + NK = AB$

ב. $\angle MEB = \angle BFM$

ג. $\angle CFM + \angle AEM = 180^\circ$

ד. $BF = EB$

חופשה נעימה ועבודה פורייה