

עבודת קיץ 4 יל לתלמידי כיתה יוד העולים לכיתה יא - שאלון בגרות 481
(ספר ארכימדס כתום)

גיאומטריה אנליטית- הקו הישר

רענון זיכרון- עמוד 25

עמ 26-28 תרגילים 1-17 (ללא 6,9,10,14,15)

גיאומטריה במישור- פרופורציה ודמיון במצולעים

רענון זיכרון- רשימת משפטים בעמ 47-51

עמ 54-56 תרגילים 1-12 (ללא 3,8)

טריגונומטריה – משולש ישר זווית, משפטי הסינוסים והקוסינוסים ושטח משולש

רענון זיכרון- עמ 59-60

עמ 61-63 תרגילים 1-12 (ללא 5,8,10)

רענון זכרון חשבון דיפרנציאלי- עמ 68, 69, 70 (רק למעלה) – פונקצית פולינום

תרגילים בחוברת העבודה המצורפת להלן בהמשך-

עמ 2 – תר 1,6,10,11 ; עמ 3- תר 1,3,4 ; עמ 4- תר 5 ; עמ' 5- תרגיל חשיבה מרובה סעיפים

נגזרת של פונקציה מורכבת-עמ 249 (8 ; 234 ; 8א ; 232 ; 6 ; 228 ; 6 ; 219)

חקירת פונקציה רציונלית

רענון זיכרון פונק. רציונלית- עמ 72-74

עמ 75-77 תרגילים 1-7

חקירת פונקציה שורש

רענון זיכרון פונק. שורש- עמ 80

עמ 81 תרגיל 1 , עמ 230 תרגיל 6

בעיות קיצון פולינום

רענון זיכרון- עמ 84-85

עמ 86 תרגילים 1-4

עמ 88 תרגילים 13-15

עמ 90 תרגילים 25-29

עמ 94 תרגיל 56

חקירת פונקציית פולינום

בתרגילים הבאים עליך לחקור את הפונקציות הנתונות באופן מלא לפי הסעיפים:

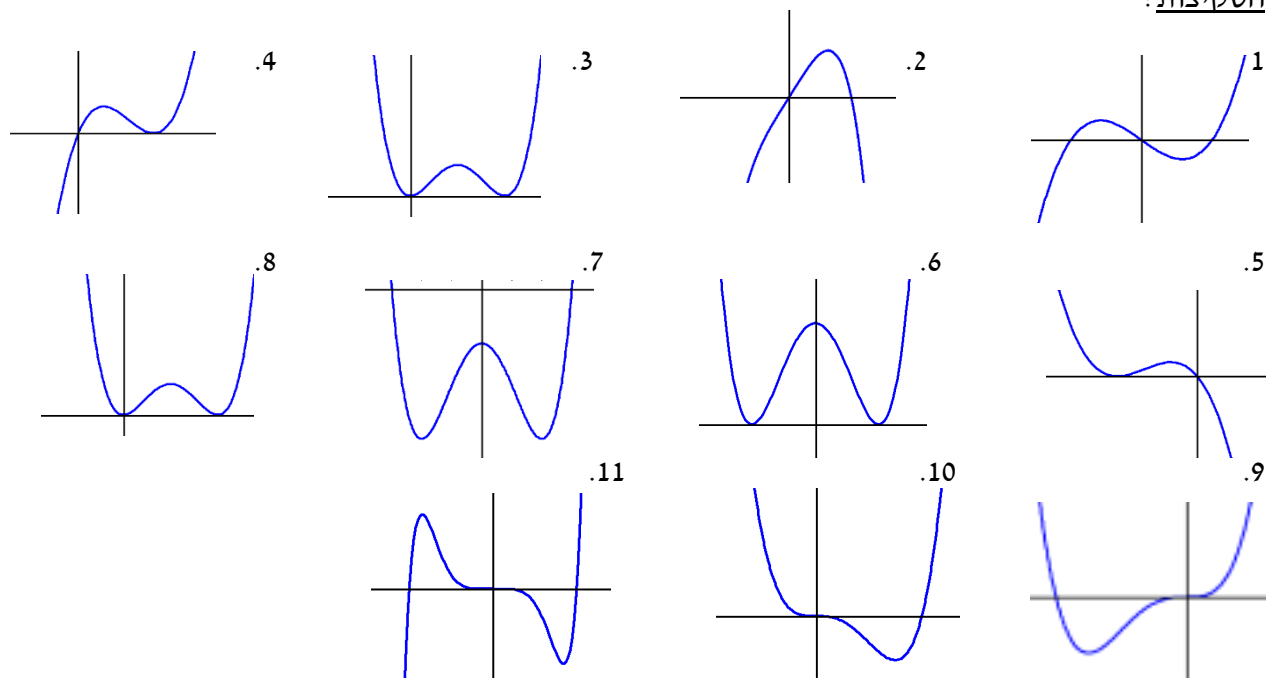
- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון וסוגן. ג. נקודות חיתוך עם הצירים.
 ד. תחומי עליה וירידה. ה. סקיצה של הפונקציה.

1. $y = x^3 - 3x$ 2. $y = -x^4 + 32x$ 3. $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2$ 4. $y = x^3 - 2x^2 + x$
 5. $y = -4x^3 - 4x^2 - x$ 6. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ 7. $y = x^4 - 8x^2 - 9$ 8. $y = x^4 - 6x^3 + 9x^2$
 עם נקודות פיתול: 9. $y = x^4 + 4x^3$ 10. $y = 3x^4 - 8x^3$ 11. $y = 5x^7 - 7x^5$

פתרונות:

1. א. לכל x . ב. $\text{Min} (1, -2)$, $\text{Max} (-1, 2)$. ג. $(-\sqrt{3}, 0)$, $(0, 0)$, $(\sqrt{3}, 0)$. ד. עולה: $1 < x$ או $x < -1$; יורדת $-1 < x < 1$.
 2. א. לכל x . ב. $\text{Max} (2, 48)$. ג. $(0, 0)$, $(3.17, 0)$. ד. עולה: $x < 2$; יורדת $x > 2$.
 3. א. לכל x . ב. $\text{Min} (0, 0)$, $\text{Max} (1, 1)$, $\text{Min} (2, 0)$. ג. $(0, 0)$, $(2, 0)$. ד. עולה: $0 < x < 1$ או $2 < x$; יורדת $1 < x < 2$ או $x > 2$.
 4. א. לכל x . ב. $\text{Min} (1, 0)$. ג. $\text{Max} \left(\frac{1}{3}, \frac{4}{27} \right)$, $(0, 0)$, $(1, 0)$. ד. עולה: $1 < x$ או $x < \frac{1}{3}$; יורדת $\frac{1}{3} < x < 1$. ה. השרטוט למטה.
 5. א. כל x . ב. $\text{Min} (-0.5, 0)$, $\text{Max} \left(-\frac{1}{6}, \frac{2}{27} \right)$. ג. $(0, 0)$, $(-0.5, 0)$. ד. עולה: $-0.5 < x < -\frac{1}{6}$; יורדת $-\frac{1}{6} < x$ או $x < -0.5$.
 6. א. לכל x . ב. $\text{Min} (1, 0)$, $\text{Max} (0, 1)$, $\text{Min} (-1, 0)$. ג. $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$. ד. עולה: $1 < x$ או $-1 < x < 0$; יורדת: $0 < x < 1$ או $x < -1$. ה. השרטוט למטה.
 7. א. לכל x . ב. $\text{Min} (2, -25)$, $\text{Max} (0, -9)$, $\text{Min} (-2, -25)$. ג. $(-3, 0)$, $(0, -9)$, $(3, 0)$. ד. עולה: $2 < x$ או $-2 < x < 0$; יורדת $0 < x < 2$ או $x < -2$.
 8. א. לכל x . ב. $\text{Min} (3, 0)$, $\text{Max} (1.5, 5.06)$. ג. $(0, 0)$, $(2, 0)$. ד. עולה: $0 < x < 1.5$ או $3 < x$; יורדת $1.5 < x < 3$ או $x > 3$. ה. השרטוט למטה.
 9. א. לכל x . ב. $\text{Min} (-3, -27)$, פיתול $(0, 0)$. ג. $(-4, 0)$, $(0, 0)$. ד. עולה: $-3 < x$; יורדת $x < -3$. ה. השרטוט למטה.
 10. א. לכל x . ב. $\text{Min} (2, -16)$, פיתול $(0, 0)$. ג. $(0, 0)$, $(2.66, 0)$. ד. עולה: $2 < x$; יורדת $x < 2$. ה. השרטוט למטה.
 11. א. לכל x . ב. $\text{Min} (1, -2)$, פיתול $(0, 0)$, $\text{Max} (-1, 2)$. ג. $(-1.18, 0)$, $(0, 0)$, $(1.18, 0)$. ד. עולה: $1 < x$ או $x < -1$; יורדת: $-1 < x < 1$. ה. השרטוט למטה.

הסקיצות:



חקירת פונקציית פולינום - כולל פרמטר

1. לפונקציה $f(x) = x^4 + ax^3 - ax^2$ יש נקודת קיצון כאשר הנקודה $x = 1$. מצא את:

- ערכו של הפרמטר a .
- נקודות הקיצון ואת סוגן.
- נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם הצירים.
- שרטוט של גרף הפונקציה.
- מצא לאילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף $f(x)$ בשתי נקודות בלבד.

2. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = ax^4 + (a-9) \cdot x^2 - 9$ בנקודה בה $x = -1$ קטן פי 5 משיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה בה $x = 3$. מצא את:

- ערכו של הפרמטר a .
- נקודות הקיצון ואת סוגן.
- נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם הצירים.
- שרטוט של גרף הפונקציה.
- מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = -12$.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

3. אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = ax^3 + bx^2 + x$ היא $(1,0)$. מצא את:

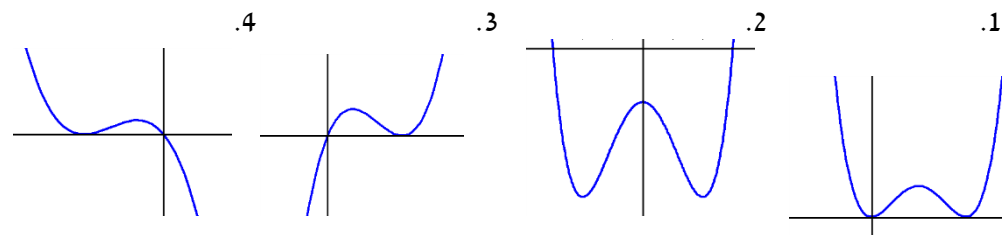
- ערכם של הפרמטרים a ו- b .
- נקודות הקיצון ואת סוגן.
- נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם הצירים.
- שרטוט של גרף הפונקציה.
- מצא באיזה תחום הפונקציה שלילית ועולה.

4. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = -4x^3 + ax^2 + bx$ בנקודה $(-1,1)$ הוא -5. מצא את:

- ערכם של הפרמטרים a ו- b .
- נקודות הקיצון ואת סוגן.
- נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם הצירים.
- שרטוט של גרף הפונקציה.
- מצא באיזה תחום הפונקציה חיובית ויורדת.

- פתרונות: 1) א. $a = -4$. ב. $\text{Min}(0,0), \text{Max}(1,1), \text{Min}(2,0)$. ג. $(0,0), (2,0)$. ד. עולה: $0 < x < 1$ או $2 < x$; יורדת: $1 < x < 2$ או $x > 2$. ה. למטה. ו. $k = 0$ או $k > 1$.
 2) א. $a = 1$. ב. $\text{Max}(0,-9), \text{Min}(2,-25)$. ג. $(-3,0), (0,-9), (3,0)$. ד. עולה: $2 < x < 3$ או $-2 < x < 0$; יורדת: $0 < x < 2$ או $x < -2$. ה. למטה. ו. ארבעה. ז. חיובית: $x < -3$ או $3 < x$; שלילית: $-3 < x < 3$.
 3) א. $a = 1, b = -2$. ב. $\text{Min}(1,0)$. ג. $\text{Max}\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{27}\right)$. ד. עולה: $x < \frac{1}{3}$ או $1 < x$; יורדת: $\frac{1}{3} < x < 1$. ה. למטה. ו. $x < 0$.
 4) א. $a = -4, b = -1$. ב. $\text{Max}\left(-\frac{1}{6}, \frac{2}{27}\right), \text{Min}(-0.5, 0)$. ג. $(-0.5, 0), (0,0)$. ד. עולה: $-0.5 < x < -\frac{1}{6}$; יורדת: $-\frac{1}{6} < x < 0$ או $x < -0.5$. ה. למטה. ו. $-\frac{1}{6} < x < 0$ או $x < -0.5$.

הסקיצות:



5. הפונקציה: $f(x) = mx^4 + (m+3) \cdot x^3$ יורדת בתחום בו $x < -3$ ועולה בתחום בו $x > -3$. מצא את:

- א. ערכו של הפרמטר m .
 ב. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 ג. נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם הצירים.
 ד. שרטוט של גרף הפונקציה.

6. לתלמידי 5 יח' בלבד: הפונקציה: $f(x) = (x-b) \cdot (x+1)^2$ חותכת את ציר ה- x בשתי נקודות שהמרחק ביניהן 6 יח'. מצא את:

- א. ערכו של הפרמטר b ($b > -1$).
 ב. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 ג. נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם הצירים.
 ד. תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ה. שרטוט של גרף הפונקציה.

בתרגילים הבאים יש להשתמש בפרמטר החיובי a בתשובות, במידת הצורך:

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 - 4ax^3 + 4a^2x^2$. הבע באמצעות הפרמטר החיובי a , במידת הצורך, את:

- א. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 ב. נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם הצירים.
 ג. תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ד. שרטוט של גרף הפונקציה.
 ה. מצא לאילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה ב-3 נקודות.
 ו. שטח המשולש שיוצרות שלוש נק' הקיצון של הפונקציה הוא 32 יח' שטח. מצא את ערכו של הפרמטר a .
 8. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 6ax^2 + 9a^2x$. הבע באמצעות הפרמטר החיובי a , במידת הצורך, את:
- א. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 ב. נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם הצירים.
 ג. תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ד. שרטוט של גרף הפונקציה.
 ה. מעבירים משיקים לגרף הפונקציה בנקודות הקיצון שלה. המרחק בין המשיקים הוא 108 יח'. מצא את ערכו של הפרמטר a .

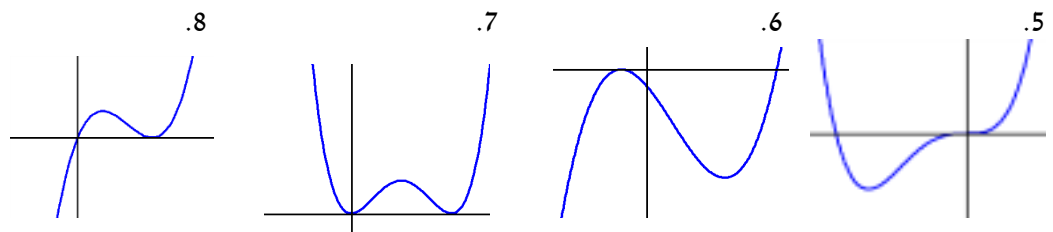
פתרונות: (5) א. $m = 1$. ב. $\text{Min}(-3, -27)$, פיתול $(0,0)$. ג. $(0,0)$, $(-4, 0)$. ד. למטה. ה. $\text{Min}(-3, -9)$.

(6) א. $b = 5$. ב. $\text{Max}(-1, 0)$, $\text{Min}(3, -32)$. ג. $(-1, 0)$, $(0, -5)$, $(5, 0)$. ד. עולה: $3 < x$ או $x < -1$; יורדת

$-1 < x < 3$. א. **(7)** $\text{Min}(0,0)$, $\text{Max}(a, a^4)$, $\text{Min}(2a, 0)$. ב. $(0,0)$, $(2a, 0)$. ג. עולה: $2a < x$ או

$0 < x < a$; יורדת $a < x < 2a$ או $x < 0$. ד. למטה. ה. $k = a^4$. ו. $a = 2$. א. **(8)** $\text{Max}(a, 4a^3)$, $\text{Min}(3a, 0)$. ב. $(0,0)$, $(3a, 0)$. ג. עולה: $3a < x$ או $x < a$; יורדת $a < x < 3a$. ד. למטה. ה. $a = 3$.

הסקיצות



חקירת פונקציית פולינום - סעיפי חשיבה מיוחדים

שימו לב!

מטרתו של עמוד זה היא תרגול יסודי בסוגים שונים של סעיפי חשיבה המתלווים לחקירת הפונקציה. לאחר חקירת הפונקציה בסעיפים א'-ה' הסטנדרטיים, תופיע סדרה ארוכה של סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. **מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ שכבר שרטטנו, ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן כפי שנראה במבט ראשון.**

סעיפי החקירה הבסיסית:

א) חקור את הפונקציה: $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ לפי הסעיפים הבאים:

1. תחום הגדרה.
2. נקודות החיתוך עם הצירים.
3. נקודות הקיצון וסוגן.
- ב) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים לחקירה שכבר בוצעה:

- א) מצא עבור אילו ערכי x :
 1. מתקיים עבור גרף הפונקציה: $f(x) > 0$.
 2. מתקיים עבור הנגזרת: $f'(x) < 0$.
- ד) מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 100$.
- ה) מצא עבור אילו ערכי m , לישר $y = m$ יהיו ארבע נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו) מצא עבור אילו ערכי k , למשוואה $f(x) = k$ יהיו שלושה פתרונות.
- ז) מצא עבור אילו ערכי p , הישר $y = p$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
- ח) מצא עבור אילו ערכי n , הישר $x = n$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה הנמצאת על אחד הצירים.

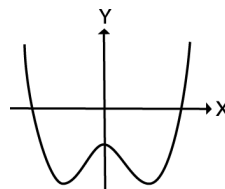
סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:

- ט) מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = -f(x)$.
 1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 2. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $g(x)$.
 3. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $y = k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $g(x)$.
- י) מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = 2 \cdot f(x)$.
 1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.
 2. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $h(x)$ בשתי נקודות שונות.
 3. חשב את שטח המשולש שקודקודיו הם נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $h(x)$.
- יא) מגדירים פונקציה חדשה: $p(x) = f(x) + 9$.
 1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $p(x)$.
 2. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $p(x) = 0$.
- יב) מגדירים פונקציה חדשה: $n(x) = |p(x)|$.
 1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $n(x)$.
 2. מצא כמה נקודות קיצון יש לגרף הפונקציה $n(x)$.

חקירת פונקציית פולינום - סעיפי חשיבה מיוחדים (פתרונות)

פתרונות:

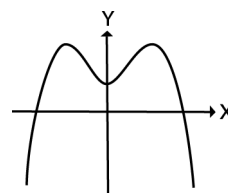
- א. (1) כל x . (2) $(-3, 0)$, $(3, 0)$, $(0, -9)$. (3) $\min(-2, -25)$, $\max(0, -9)$, $\min(2, -25)$.
 ב. השרטוט:



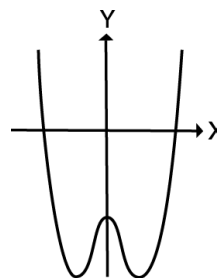
- ג. (1) $3 < x$ או $x < -3$. (2) $0 < x < 2$ או $x < -2$.
 ד. שניים.
 ה. $-25 < m < -9$.
 ו. $k = -9$.
 ז. $p = -9, -25$.
 ח. $n = -3, 0, 3$.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:

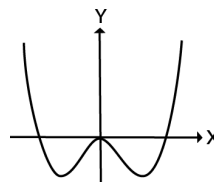
- ט. (1) השרטוט:
 (2) $\max(-2, 25)$, $\min(0, 9)$, $\max(2, 25)$
 (3) $k > 25$



- י. (1) השרטוט: (2) $y = -50$. (3) 64 יח"ר.



- יא. (1) השרטוט: (2) שלושה.



- יב. (1) השרטוט: (2) חמש.

